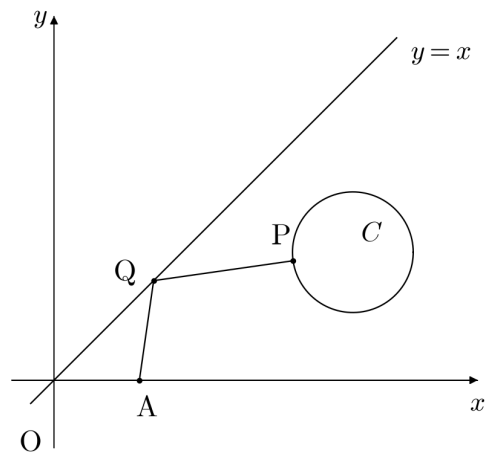
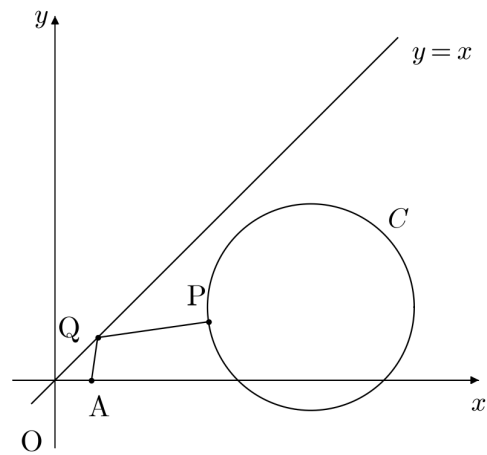


1. 그림과 같이 좌표평면 위에 원 $C: (x-7)^2 + (y-3)^2 = 2$ 와 점 $A(2,0)$ 이 있다. 원 C 위의 점 P , 직선 $y=x$ 위의 점 Q 에 대하여 $\overline{AQ} + \overline{QP}$ 의 최솟값은?
[26년 고2 3월 샘플 2번]



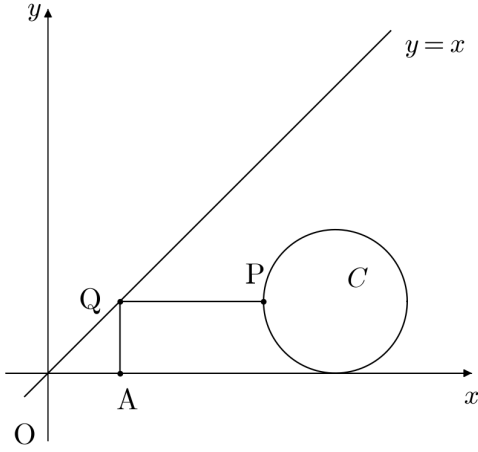
- ① $3\sqrt{2}$ ② $4\sqrt{2}$ ③ $5\sqrt{2}$
- ④ $6\sqrt{2}$ ⑤ $7\sqrt{2}$

2. 그림과 같이 좌표평면 위에 원 $C: (x-7)^2 + (y-2)^2 = 8$ 과 점 $A(1,0)$ 이 있다. 원 C 위의 점 P , 직선 $y=x$ 위의 점 Q 에 대하여 $\overline{AQ} + \overline{QP}$ 의 최솟값은?



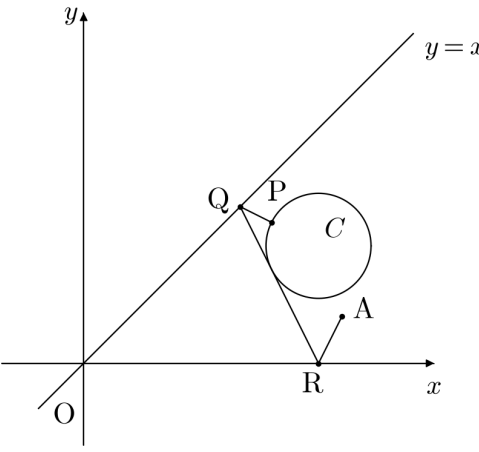
- ① $7\sqrt{2}$ ② $5\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$
- ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{2}$

3. 그림과 같이 좌표평면 위에 원 C 와 점 $A(2,0)$ 이 있다. 원 C 의 중심은 직선 $y=x-6$ 위에 있고, 원 C 는 두 점 $(6,2)$, $(8,4)$ 를 지난다. 원 C 위의 점 P , 직선 $y=x$ 위의 점 Q 에 대하여 $\overline{AQ}+\overline{QP}$ 의 최솟값은?



- ① 16 ② 12 ③ 10
- ④ 8 ⑤ 6

4. 그림과 같이 좌표평면 위에 원 $C: (x-10)^2+(y-5)^2=5$ 와 점 $A(11,2)$ 가 있다. x 축 위의 점 R , 직선 $y=x$ 위의 점 Q , 원 C 위의 점 P 에 대하여 $\overline{AR}+\overline{RQ}+\overline{QP}$ 의 최솟값은?



- ① $7\sqrt{5}$ ② $6\sqrt{5}$ ③ $5\sqrt{5}$
- ④ $4\sqrt{5}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

(해설)

2026.03.14

1) [정답] ⑤

변형	●●●○○ 조건 간접화
난이도	발상 ●●●●○ / 계산 ●●●●○○
기준	발상 ●●●○○ / 계산 ●●●○○○

[발상]

원이 방정식으로 주어지지 않았으므로 **중심과 반지름을 먼저 되찾는다.**

중심이 놓인 직선이 주어지면 중심의 좌표를 문자 하나로 놓을 수 있고, 원이 지나는 두 점에서 중심까지의 거리가 같다는 등식이 그 문자를 정한다.

원이 정해진 다음은 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동해 꺾인 경로를 곧게 펴고, 중심까지의 거리에서 반지름을 빼면 된다.

[풀이]

원 C 의 중심은 직선 $y=x-6$ 위에 있으므로 중심의 좌표를 $(a, a-6)$ 이라 하자.

원 C 가 두 점 $(6, 2)$, $(8, 4)$ 를 지나므로 중심에서 두 점까지의 거리가 같다. 즉

$$(6-a)^2 + \{2-(a-6)\}^2 = (8-a)^2 + \{4-(a-6)\}^2$$

에서

$$(6-a)^2 + (8-a)^2 = (8-a)^2 + (10-a)^2$$

$$\text{이므로 } (6-a)^2 = (10-a)^2 \text{ 이고}$$

$$36 - 12a = 100 - 20a$$

에서 $a=8$ 이다.

따라서 원 C 의 중심은 $(8, 2)$ 이고 반지름의 길이는

$$\sqrt{(6-8)^2 + (2-2)^2} = 2 \text{ 이므로}$$

$$C: (x-8)^2 + (y-2)^2 = 4$$

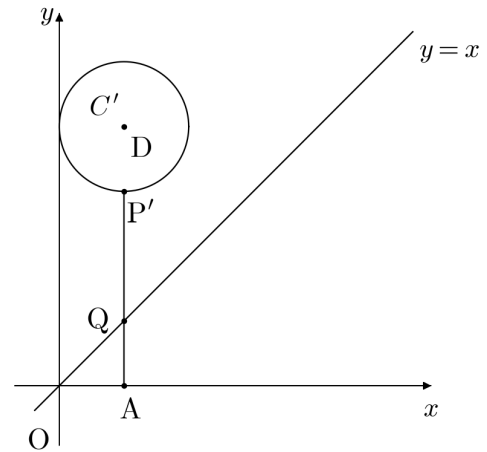
이다. 원 C 를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 원을 C' 이라 하면 $C': (x-2)^2 + (y-8)^2 = 4$ 이므로, 원 C' 의 중심을 D 라 하면 $D(2, 8)$ 이고 반지름의 길이는 2이다.

점 P 를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 P' 이라 하면

점 P' 은 원 C' 위에 있고 $\overline{QP} = \overline{QP'}$ 이므로

$$\overline{AQ} + \overline{QP} = \overline{AQ} + \overline{QP'} \geq \overline{AP'} \geq \overline{AD} - \overline{P'D}$$

이고, 두 등호는 네 점 A, Q, P', D 가 이 차례로 한 직선 위에 있을 때 함께 성립한다.



한편

$$\overline{AD} = \sqrt{(2-2)^2 + (8-0)^2} = 8$$

이고 $\overline{P'D} = 2$ 이므로

$$\overline{AQ} + \overline{QP} \geq 8 - 2 = 6$$

이다. 그러므로 구하는 최솟값은 6이다.

2) [정답] ③

변형	●●●●● 구조 재구성
난이도	발상 ●●●●○ / 계산 ●●●●○○
기준	발상 ●●●○○ / 계산 ●●●○○○

[발상]

꺾이는 자리가 둘이면 **옮기는 일도 두 번** 이다 - 먼저 x 축에 대하여, 다음에 직선 $y=x$ 에 대하여 잇달아 대칭이동한다.

옮기는 대상은 원이 아니라 점 A 다. 점 R 가 x 축 위에 있으면 $\overline{AR}$ 은 대칭점까지의 거리와 같고, 점 Q 가 직선 $y=x$ 위에 있으면 다시 한 번 같아진다.

두 번 옮기고 나면 남는 것은 한 점에서 원 위의 점까지의 거리이므로, 중심까지의 거리에서 반지름을 빼면 된다.

[풀이]

점 A 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 A' 이라 하면

$A'(11, -2)$ 이고, 점 R 가 x 축 위의 점이므로 $\overline{AR} = \overline{A'R}$ 이다.

따라서

$$\overline{AR} + \overline{RQ} + \overline{QP} = \overline{A'R} + \overline{RQ} + \overline{QP} \geq \overline{A'Q} + \overline{QP}$$

..... ㉠ 이고, ㉠의 등호는 점 R 가 선분 $A'Q$ 위에 있을 때 성립한다.

점 A' 을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 A'' 이라 하면 $A''(-2, 11)$ 이고, 점 Q 가 직선 $y=x$ 위의 점이므로

$$\overline{A'Q} = \overline{A''Q} \text{ 이다. 따라서}$$

$$\overline{A'Q} + \overline{QP} = \overline{A''Q} + \overline{QP} \geq \overline{A''P}$$

..... ㉠ 이고, ㉠ 의 등호는 점 Q가 선분 A''P 위에 있을 때 성립한다.

원 C의 중심을 D, 반지름의 길이를 r 이라 하면 $D(10, 5)$,

$r = \sqrt{5}$ 이고, 삼각형 A''PD에서

$$\overline{A''P} \geq \overline{A''D} - \overline{PD}$$

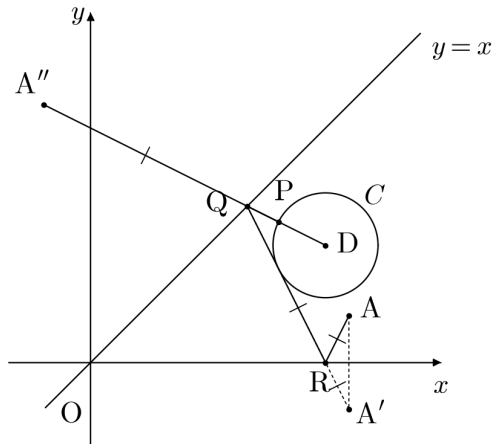
..... ㉡ 이고, ㉡ 의 등호는 점 P가 선분 A''D 위에 있을 때 성립한다.

한편

$$\overline{A''D} = \sqrt{\{10 - (-2)\}^2 + \{5 - 11\}^2} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$$

이므로 ㉠, ㉠, ㉡ 에서

$$\overline{AR} + \overline{RQ} + \overline{QP} \geq 6\sqrt{5} - \sqrt{5} = 5\sqrt{5}$$



이다. 실제로 선분 A''D가 원 C와 만나는 점 P(8, 6), 선분

A''P가 직선 $y=x$ 와 만나는 점 $Q\left(\frac{20}{3}, \frac{20}{3}\right)$, 선분 A'Q가

x 축과 만나는 점 R(10, 0)을 잡으면 세 등호가 모두

성립한다.

그러므로 구하는 최솟값은 $5\sqrt{5}$ 이다.